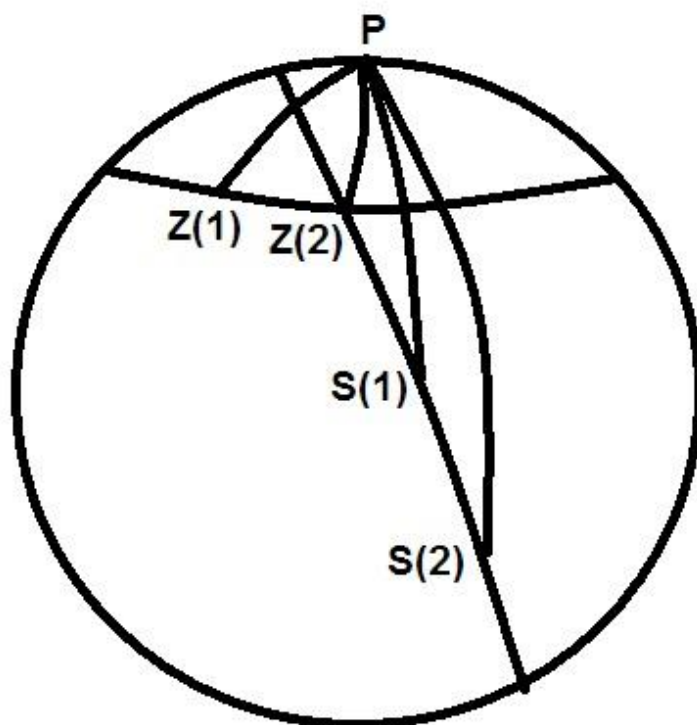


## مثال‌هایی در باب هم سمتی

مثال: دو ستاره با مشخصات زیر در عرض جغرافیایی 45N پس از چه مدت هم سمت می شوند؟

$$S_1: \begin{cases} a_1 = 45^\circ \\ A_1 = 25^\circ \end{cases}$$

$$S_2: \begin{cases} a_2 = 20^\circ \\ A_2 = 126^\circ \end{cases}$$



برای حل اینگونه سوالات بهتر است حرکت واقعی ستارگان را در نظر بگیریم. یعنی ستارگان و P را ثابت در نظر بگیریم و Z را روی دایره صغیره‌ای حول P و به شعاع  $90-\phi$  بچرخانیم. وقتی دو ستاره هم سمت می شوند، دایره عظیمه گذرنده از آنها از سرسو نیز می گذرد. چون در این صورت  $\angle PZ_2S_1 = \angle PZ_2S_2$ .

فرض می کنیم مکان اولیه سرسو،  $Z_1$  باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} PZ_1 = PZ_2 = 90 - \varphi \\ PS_1 = 90 - \delta_1 \\ PS_2 = 90 - \delta_2 \\ \angle S_1PS_2 = \Delta\alpha \end{array} \right. \text{ می دانیم}$$

با توجه به اینکه سمت و ارتفاع دو ستاره را داریم، می توان بعد و میل دو ستاره را یافت. همچنین

$$\Delta\alpha = |\alpha_1 - \alpha_2|$$

در مثلث  $PS_1S_2$ ،  $S_1S_2$  و  $PS_1$  و  $PS_2$  و  $\angle S_1PS_2$  را داریم پس می توان  $\angle S_2S_1P$  را نیز بدست آورد.

$$\angle PS_1Z_2 \Leftarrow \angle PS_1Z_2 = 180 - \angle S_2S_1P$$

زاویه  $\angle Z_2PS_1$  را  $\theta$  می نامیم. در مثلث  $Z_2S_1P$  با نوشتن رابطه چهارجزئی،  $\theta$  بدست می آید.  $\angle Z_1PZ_2$  را  $\gamma$  می نامیم.

زاویه ساعتی اولیه ستاره  $H_{S_1} = 1 \Leftarrow \gamma + \theta = \gamma$  به دست می آید.

$$t \Leftarrow \gamma = \omega \oplus t$$

مثال: چهار ستاره در یک لحظه هم سمت می شوند. پس از 3 ساعت ارتفاع هر 4 ستاره مقدار مساوی 35 درجه کاهش می یابد. عرض جغرافیایی محل را پیدا کنید. (سوال از عطا مرادی)

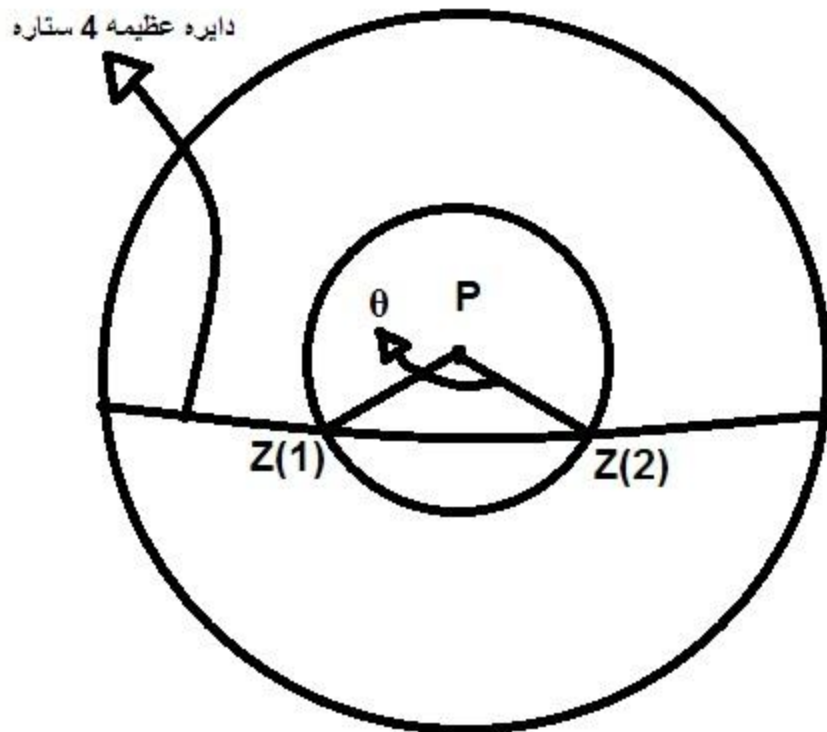
دوباره از تکنیک Z چرخان استفاده می کنیم. چون این ستاره ها هم سمت شده اند پس بر روی یک دایره عظیمه هستند. می توانید به سادگی با کمک شکل نشان دهید پس از 3 ساعت دوباره 4 ستاره هم سمت شده اند! پس این سه ساعت زمانی بوده که سرسو از نقطه  $Z_1$  تا نقطه  $Z_2$  حرکت کرده است. همچنین می دانیم

$$\angle Z_1PZ_2 = 35^\circ \text{ با نوشتن رابطه کسینوس ها در مثلث } Z_1PZ_2:$$

$$\cos 35^\circ = \sin^2\varphi + \cos^2\varphi \cos \theta$$

$$\theta = \omega \oplus t$$

در نهایت عرض جغرافیایی به دست می آید.

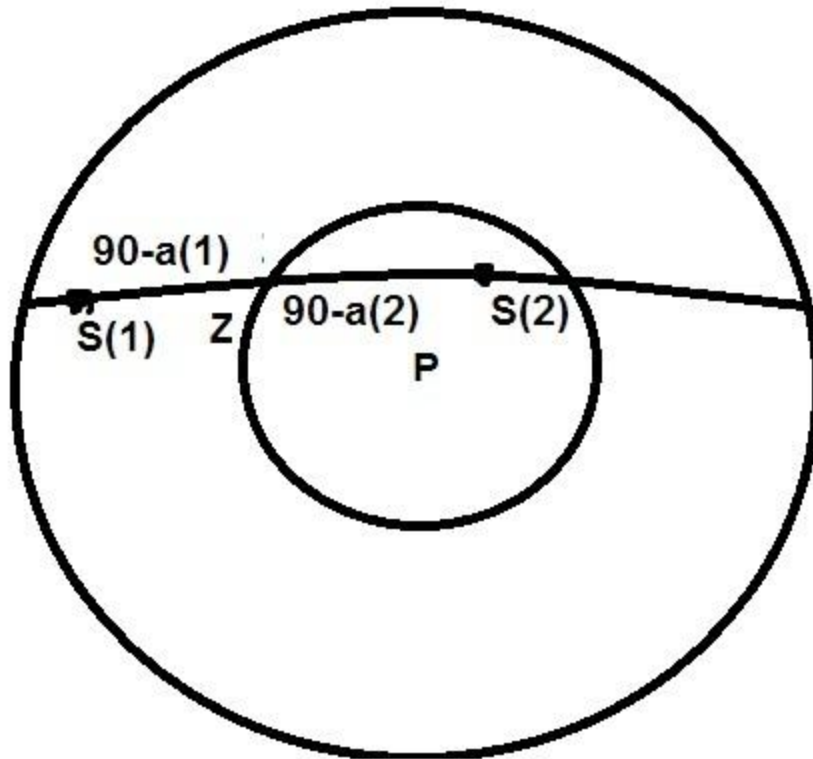


مثال: دو ستاره با بعد و میل‌های داده‌شده در یک لحظه به حالتی می‌رسند که اختلاف سمت آن‌ها 180 درجه می‌شود و این در حالی است که اختلاف ارتفاع دو ستاره برابر 10 درجه می‌شود. در این صورت عرض جغرافیایی محل را بیابید. (سوال از عطا مرادی)

$$S_1: \begin{cases} \delta = 38^\circ 26' \\ \alpha = 7h 42min \end{cases}$$

$$S_2: \begin{cases} \delta = 24^\circ 14' \\ \alpha = 14h 2min \end{cases}$$

اختلاف سمت دو ستاره 180 درجه است پس دو ستاره روی یک دایره عظیمه با Z قرار دارند ولی دو طرف Z قرار دارند. دوباره از تکنیک Z چرخان استفاده می‌کنیم!  $S_1$  و  $S_2$  و Z روی یک دایره عظیمه‌اند. بعد و میل دو ستاره را داریم پس فاصله  $S_1 S_2$  به دست می‌آید.  $Z_1$  و  $Z_2$  فواصل سمت الراسی دو ستاره هستند.



$$|a_1 - a_2| = |z_2 - z_1| = 10^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} 90 - a_1 = z_1 \\ 90 - a_2 = z_2 \end{cases}$$

$$z_1 \text{ به دست می آید. } z_2 \text{ به دست می آید. } \Leftrightarrow S_1 S_2 = 2z_2 + 10 \Leftrightarrow \begin{cases} S_1 S_2 = z_1 + z_2 \\ z_1 = z_2 + 10 \end{cases}$$

می دانیم  $A_2 = A_1 + 180$  در نتیجه  $\cos A_1 = -\cos A_2$ . با نوشتن رابطه کسینوس ها:

$$\sin \delta_1 = \sin \varphi \cos z_1 + \cos \varphi \sin z_1 \cos A_1$$

$$\sin \delta_2 = \sin \varphi \cos z_2 + \cos \varphi \sin z_2 \cos A_2 \Rightarrow \cos A_1 = \frac{\sin \varphi \cos z_2 - \sin \delta_2}{\cos \varphi \sin z_2}$$

$$\Rightarrow \sin \delta_1 = \sin \varphi \cos z_1 + \frac{\sin z_1}{\sin z_2} (\sin \varphi \cos z_2 - \sin \delta_2)$$

سپس عرض جغرافیایی بدست می آید.